

**Analisi vibrotorsionale di albero di gruppo generatore Diesel**

SCHEDA TECNICA DI REFERENZA C&G ENGINEERING SERVICE – SETTORE MECCANICO

È stata richiesta un'analisi delle vibrazioni torsionali sull'albero principale di un gruppo generatore con motore Diesel (si veda fig. 1) per verificare in particolare l'idoneità del giunto elastico. Il generatore (*omissis*) è collegato attraverso un giunto elastico speciale (*omissis*) al motore Diesel (*omissis*). Il calcolo è stato svolto con un modello a elementi finiti che rappresentano le varie sezioni dell'albero principale equivalente (fig. 2). Sono stati considerati diversi casi di carico: velocità variabile da 0 alla velocità nominale  $N_s$  (passaggio attraverso le velocità critiche), con particolare indagine da 0.95  $N_s$  a 1.05  $N_s$ , cilindri con mancata accensione (malfunzionamento del motore), grado di sbilanciamento tra i cilindri, usura dello smorzatore. I risultati sono stati forniti in termini di coppie addizionali ( $\Delta Q$ ) e spostamenti angolari sul giunto ( $\Delta\theta$ ).

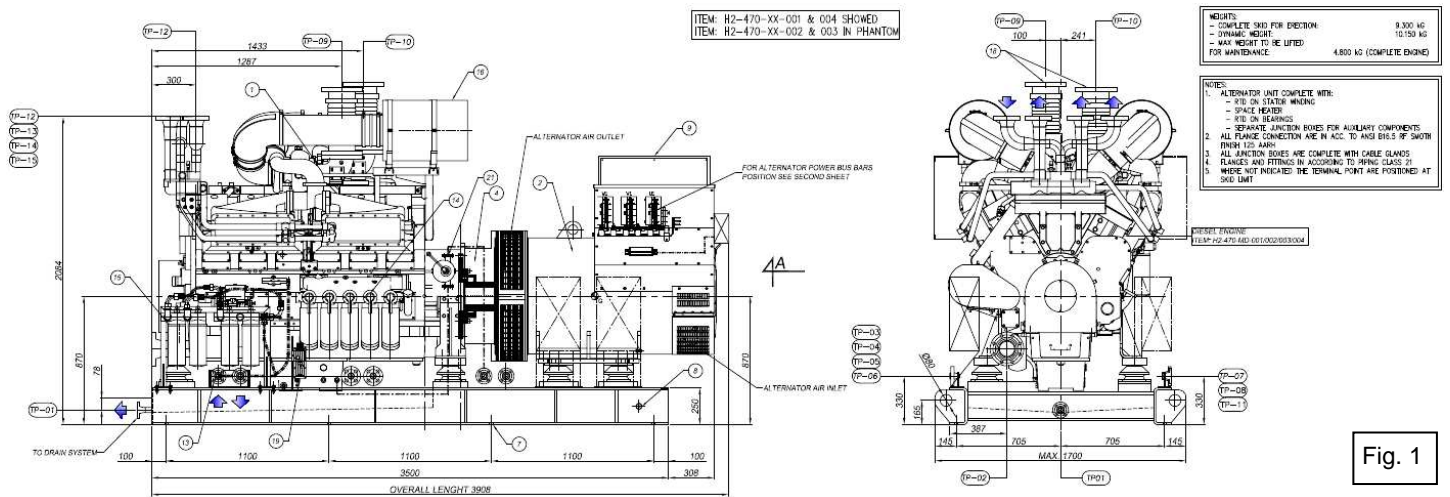


Fig. 1

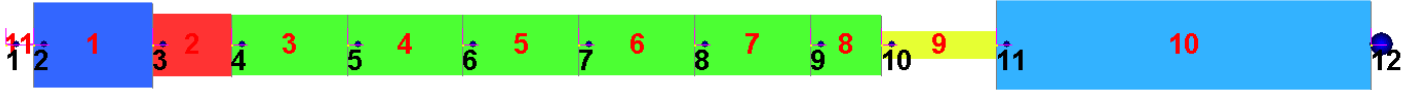


Fig. 2

Le formule per il calcolo delle armoniche per la pressione del gas nel singolo cilindro sono riportate a lato. Sono state considerate le ampiezze e fasi delle armoniche di un tipico motore Diesel perché i dati relativi al motore non sono stati forniti dal costruttore. Dai coefficienti percentuali delle armoniche sono state calcolate le valori per la coppia considerando la potenza media efficace e la cilindrata. La fig. 3 mostra l'andamento della coppia in funzione all'angolo di rotazione.

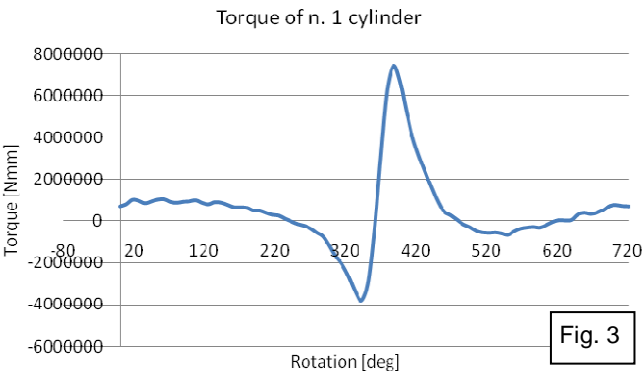


Fig. 3

$$M_m = A_0 + A_1 \cos(\omega't) + A_2 \cos(2\omega't) + \dots + B_1 \sin(\omega't) + B_2 \sin(2\omega't) + \dots$$

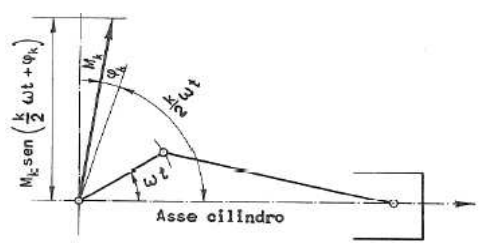
$\omega' = \omega/2$  nei 4 tempi,       $\omega' = \omega$  nei 2 tempi,

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} M_m d(\omega't)$$

$$\begin{cases} A_i = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} M_m \cos(i\omega't) d(\omega't) \\ B_i = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} M_m \sin(i\omega't) d(\omega't). \end{cases} \quad (i=1, 2, \dots)$$

$$\begin{cases} \text{Per i 2 tempi: } M = M_0 + \sum_k M_k \sin(k\omega t + \varphi_k) \\ \text{Per i 4 tempi: } M = M_0 + \sum_k M_k \sin\left(\frac{k}{2}\omega t + \varphi_k\right) \end{cases} \quad (k=1, 2, \dots)$$

$$M_0 = A_0; \quad M_k^2 = A_k^2 + B_k^2; \quad \tan \varphi_k = A_k / B_k.$$



Per le armoniche relative alle masse inerziali sono state considerate le formule a lato. Ne risulta un andamento della coppia mostrato in fig. 4.

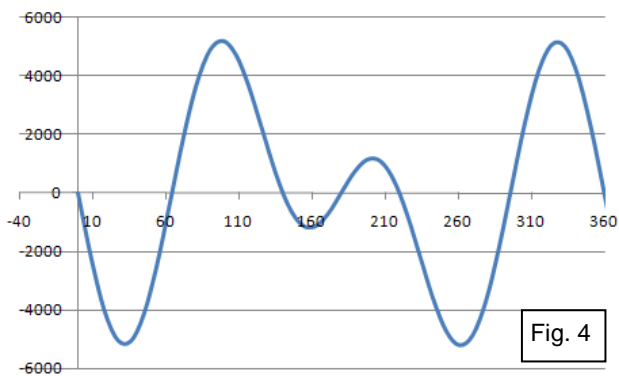


Fig. 4

La sequenza di accensione dei cilindri è mostrata in fig. 5.

La coppia totale all'albero motore è data dalla somma delle coppie sviluppate dai singoli cilindri, diagrammate in fig. 6.

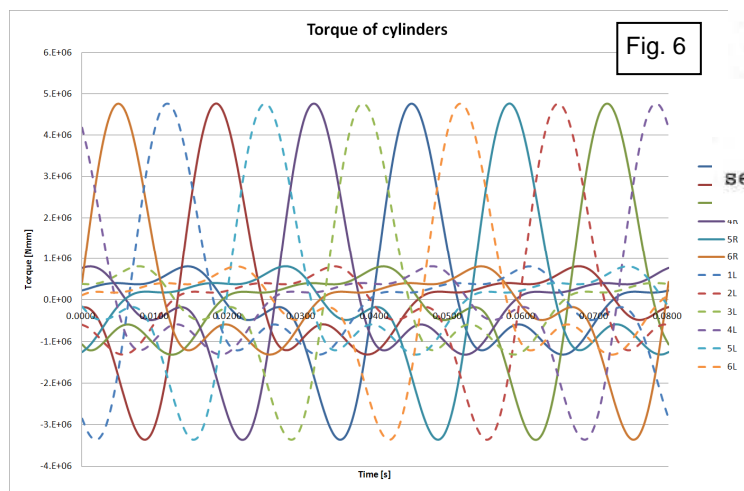


Fig. 6

I casi di carico considerati sono stati i seguenti. Solo i casi 2 e 3 sono riportati per velocità diversa da quella nominale; tuttavia tutto il range di velocità da 0 a 1.5 N<sub>s</sub> = 2250 rpm con intervalli di 0.05 N<sub>s</sub> = 75 rpm è stato analizzato.

- CASO 1 – Velocità nominale (N<sub>s</sub>)
- CASO 2 – Velocità inferiore (0.95 N<sub>s</sub>)
- CASO 3 – Velocità superiore (1.05 N<sub>s</sub>)
- CASO 4 – Cilindro 1 senza accensione (destra)
- CASO 5 – Cilindro 2 senza accensione (destra)
- CASO 6 – Cilindro 3 senza accensione (destra)
- CASO 7 – Cilindro 4 senza accensione (destra)
- CASO 8 – Cilindro 5 senza accensione (destra)
- CASO 9 – Cilindro 6 senza accensione (destra)
- CASO 10 – Cil. 1 sbilanciato (2x forze di massa)
- CASO 11 – Cil. 2 sbilanciato (2x forze di massa)
- CASO 12 – Cil. 3 sbilanciato (2x forze di massa)
- CASO 13 – Cil. 4 sbilanciato (2x forze di massa)
- CASO 14 – Cil. 5 sbilanciato (2x forze di massa)
- CASO 15 – Cil. 6 sbilanciato (2x forze di massa)
- CASO 16 – Usura dello smorzatore (assente)

Le frequenze naturali proprie sono riportate in fig. 6.

La fig. 7 mostra i risultati in termini di variazione di coppia ΔQ [Nmm] per il CASO 1 (velocità nominale N<sub>s</sub>) e risposta armonica con smorzamento 10%. Sempre per la velocità nominale N<sub>s</sub> è stata condotta l'analisi del transitorio con sovrapposizione lineare e smorzamento 10% (fig. 8) e l'analisi lineare dell'intero transitorio con smorzatore di caratteristiche reali assegnate (fig. 9).

I risultati dell'analisi in condizioni di velocità variabile sono riassunti nella tabella seguente e sono diagrammati in fig. 10 con e senza smorzamento.

$$M' = -\frac{1}{\omega} \left[ m' a_p v_p + I \frac{d^2 \gamma}{dt^2} \frac{d\gamma}{dt} \right]$$

$$s = r(1 - \cos \theta) + l(1 - \cos \gamma)$$

$$\lambda = \frac{r}{l} \quad v_p = r\omega \left[ \sin \theta + \lambda \frac{\sin 2\theta}{2 \cos \gamma} \right]$$

$$a_p = r\omega^2 \left[ \cos \theta + \lambda \frac{\cos 2\theta}{\cos \gamma} + \lambda^3 \frac{\sin^2 2\theta}{4 \cos^3 \gamma} \right]$$

$$\sin \gamma = \lambda \sin \theta \quad \frac{d\gamma}{dt} = \lambda \omega \frac{\cos \theta}{\cos \gamma}$$

$$\frac{d^2 \gamma}{dt^2} = -\lambda(1 - \lambda^2) \omega^2 \frac{\sin \theta}{\cos^3 \gamma}$$

$$M' = -m' r^2 \omega^2 \left[ \frac{\sin 2\theta}{2} + \frac{\lambda}{4 \cos \gamma} (3 \sin 3\theta - \sin \theta) + \frac{\lambda^2}{4 \cos^2 \gamma} \sin 4\theta + \frac{\lambda^3}{4 \cos^3 \gamma} \sin \theta \sin^2 2\theta + \frac{\lambda^4}{8 \cos^4 \gamma} \sin^3 2\theta \right] + l \omega^2 \frac{\lambda^2 (1 - \lambda^2)}{2} \frac{\sin 2\theta}{\cos^4 \gamma}$$

$$\left( \frac{1}{\cos \gamma} \right)^{2m} = (1 - \lambda^2 \sin^2 \theta)^{-m} = \sum_n^{\infty} \binom{-m}{n} (-\lambda^2 \sin^2 \theta)^n$$

$$\sin^{2k} \theta = \frac{1}{2^{2k-1}} \sum_h^k (-1)^{k-h} \binom{2k}{h} \cos [2(k-h)\theta] - \frac{1}{2^{2k}} \binom{2k}{h}$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\beta + \alpha) - \sin(\beta - \alpha)]$$

$$M' = -m' r^2 \omega^2 \sum_k^{\infty} A_k \sin(k\theta) + I \omega^2 \lambda^2 \sum_k^{\infty} B_k \sin(2k\theta)$$

$$A_1 = -\frac{1}{32} \left[ 8\lambda + 2\lambda^3 + \frac{15}{16} \lambda^5 + \frac{35}{64} \lambda^7 + \frac{735}{2048} \lambda^9 \right]$$

$$A_2 = \frac{1}{32} \left[ 16 + \lambda^4 + \lambda^6 + \frac{7}{8} \lambda^8 + \frac{3}{4} \lambda^{10} \right]$$

$$A_3 = \frac{1}{32} \left[ 24\lambda + 9\lambda^3 + \frac{81}{16} \lambda^5 + \frac{105}{32} \lambda^7 + \frac{4725}{2048} \lambda^9 \right]$$

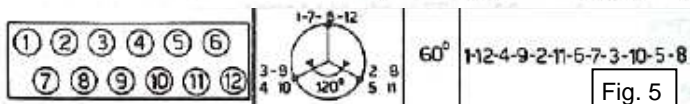


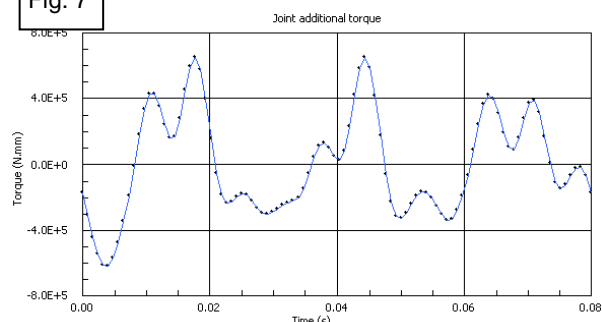
Fig. 5

Fig. 6

FREQUENCY RESULTS

Mode	Eigenvalue	Frequency (rad/s)	Frequency (Hertz)
1	3.28913901E+04	1.81359836E+02	2.88643144E+01
2	6.77592843E+05	8.23160278E+02	1.31010027E+02
3	2.88082631E+06	1.69729971E+03	2.70133639E+02
4	4.52685797E+06	2.12764141E+03	3.38624648E+02
5	1.42829799E+07	3.77928299E+03	6.01491569E+02
6	2.18449111E+07	4.67385399E+03	7.43866965E+02
7	2.81964535E+07	5.31003329E+03	8.45118046E+02
8	4.90750484E+07	7.00535855E+03	1.11493744E+03
9	5.19131730E+07	7.20507966E+03	1.14672404E+03
10	3.61060919E+08	1.90016031E+04	3.02419905E+03

Fig. 7



	%Ns	N [rpm]	f [Hz]	$\omega$ [rad/s]	T4p [s]	With damping		Without damping	
						$ \Delta Q _{max}$ [Nm]	$ \Delta\theta _{max}$ [deg]	$ \Delta Q _{max}$ [Nm]	$ \Delta\theta _{max}$ [deg]
#1	0.05	75	1.25	7.9	1.600	2224.0	0.536	2235	0.538
#2	0.10	150	2.50	15.7	0.800	3073.0	0.740	5322	1.281
#3	0.15	225	3.75	23.6	0.533	4486.0	1.080	4961	1.195
#4	0.20	300	5.00	31.4	0.400	8494.0	2.045	23116	5.566
#5	0.25	375	6.25	39.3	0.320	2885.0	0.695	3438	0.828
#6	0.30	450	7.50	47.1	0.267	1597.0	0.385	1717	0.413
#7	0.35	525	8.75	55.0	0.229	1188.0	0.286	1404	0.338
#8	0.40	600	10.00	62.8	0.200	1002.0	0.241	930	0.224
#9	0.45	675	11.25	70.7	0.178	1012.0	0.244	1857	0.447
#10	0.50	750	12.50	78.5	0.160	819.0	0.197	915	0.220
#11	0.55	825	13.75	86.4	0.145	691.0	0.166	830	0.200
#12	0.60	900	15.00	94.2	0.133	641.0	0.154	670	0.161
#13	0.65	975	16.25	102.1	0.123	677.0	0.163	742	0.179
#14	0.70	1050	17.50	110.0	0.114	871.0	0.210	4199	1.011
#15	0.75	1125	18.75	117.8	0.107	1088.0	0.262	3279	0.790
#16	0.80	1200	20.00	125.7	0.100	1092.0	0.263	2757	0.664
#17	0.85	1275	21.25	133.5	0.094	958.0	0.231	2003	0.482
#18	0.90	1350	22.50	141.4	0.089	731.0	0.176	1492	0.359
#19 - CASE 2	0.95	1425	23.75	149.2	0.084	736.0	0.177	1499	0.361
#20 - CASE 1	1.00	1500	25.00	157.1	0.080	648.0	0.156	798	0.192
#21 - CASE 3	1.05	1575	26.25	164.9	0.076	672.0	0.162	1485	0.358
#22	1.10	1650	27.50	172.8	0.073	723.0	0.174	1024	0.246
#23	1.15	1725	28.75	180.6	0.070	741.0	0.178	7547	1.817
#24	1.20	1800	30.00	188.5	0.067	672.0	0.162	1446	0.348
#25	1.25	1875	31.25	196.3	0.064	590.0	0.142	779	0.188
#26	1.30	1950	32.50	204.2	0.062	555.0	0.134	769	0.185
#27	1.35	2025	33.75	212.1	0.059	528.0	0.127	558	0.134
#28	1.40	2100	35.00	219.9	0.057	545.0	0.131	627	0.151
#29	1.45	2175	36.25	227.8	0.055	578.0	0.139	986	0.237
#30	1.50	2250	37.50	235.6	0.053	589.0	0.142	10296	2.479

I risultati relativi ai cilindri senza accensione (CASI 4÷9) sono mostrati in tabella seguente e per il caso 8 (cilindro 5) è diagrammato l'andamento della variazione di coppia  $\Delta Q$  in fig. 11.

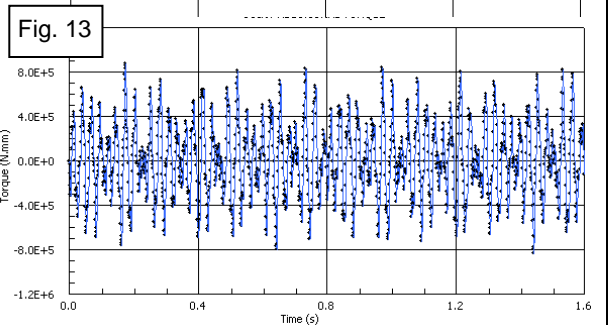
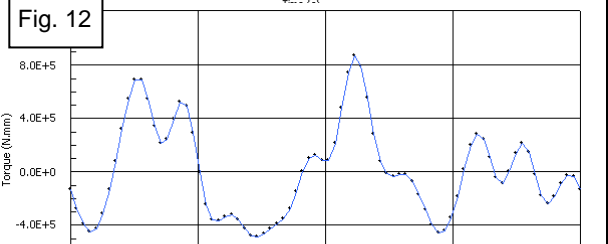
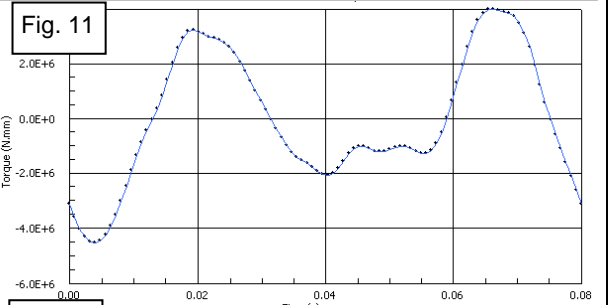
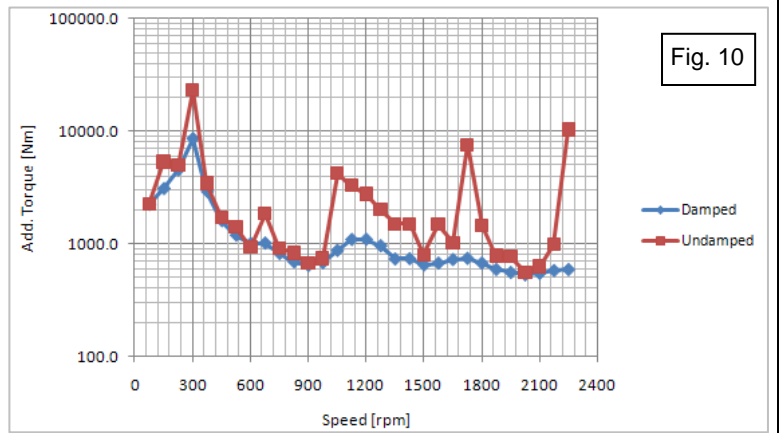
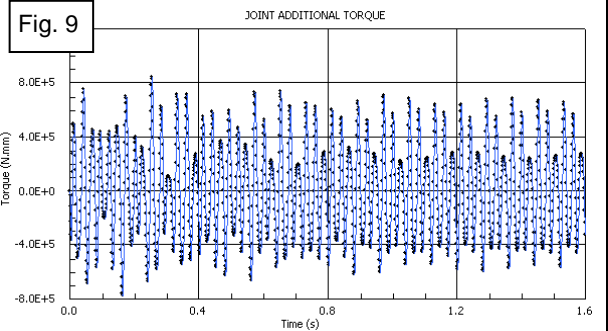
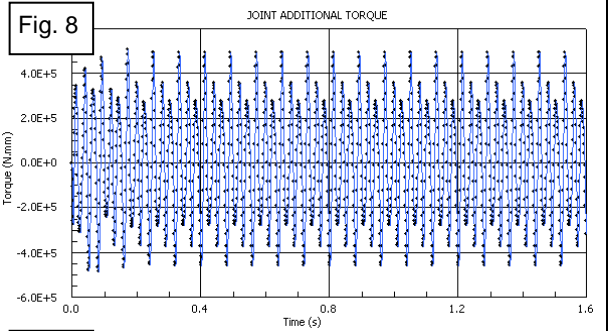
	$ \Delta Q _{max}$ [Nm]	$ \Delta\theta _{max}$ [deg]	$ \Delta Q _{max} / Q_s$ ( $Q_s = 5602$ Nm)
CASE 4 – Cyl. 1 not firing	3842	0.925	68.6%
CASE 5 – Cyl. 2 not firing	3721	0.896	66.4%
CASE 6 – Cyl. 3 not firing	3725	0.897	66.5%
CASE 7 – Cyl. 4 not firing	3985	0.960	71.1%
CASE 8 – Cyl. 5 not firing	4525	1.090	80.8%
CASE 9 – Cyl. 6 not firing	4117	0.991	73.5%

I risultati relativi ai cilindri senza accensione (CASI 10÷15) sono mostrati in tabella seguente e per il caso 14 (cilindro 5) è diagrammato l'andamento della variazione di coppia  $\Delta Q$  in fig. 12.

	$ \Delta Q _{max}$ [Nm]	$ \Delta\theta _{max}$ [deg]	$ \Delta Q _{max} / Q_s$ ( $Q_s = 5602$ Nm)
CASE 10 – Cyl. 1 unbalanced	755	0.182	13.5%
CASE 11 – Cyl. 2 unbalanced	857	0.206	15.3%
CASE 12 – Cyl. 3 unbalanced	850	0.205	15.2%
CASE 13 – Cyl. 4 unbalanced	851	0.205	15.2%
CASE 14 – Cyl. 5 unbalanced	861	0.207	15.4%
CASE 15 – Cyl. 6 unbalanced	719	0.173	12.8%

Per la condizione di usura (assenza) dello smorzatore si trovano i valori in tabella seguente e per il caso di transitorio lineare senza smorzamento è diagrammato l'andamento della variazione di coppia  $\Delta Q$  in fig. 13.

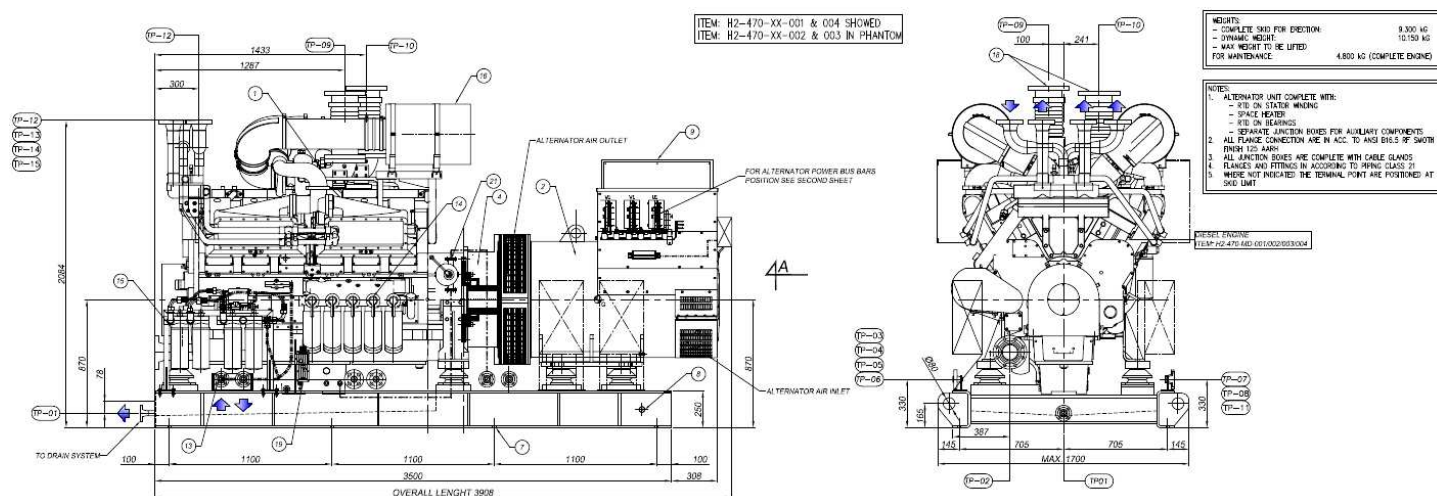
	$ \Delta Q _{max}$ [Nm]	$ \Delta\theta _{max}$ [deg]	$ \Delta Q _{max} / Q_s$ ( $Q_s = 5602$ Nm)
A) harmonic response without damping	795.8	0.192	14.2%
B) linear transient superposition without damping	833.2	0.201	14.9%
C) linear transient full system without damping	833.2	0.201	14.9%



## Analisi vibrotorsionale di albero di gruppo generatore Diesel

### CONCLUSIONI

È stata richiesta un'analisi delle vibrazioni torsionali sull'albero principale di un gruppo generatore con motore Diesel (si veda fig. 1) per verificare in particolare l'idoneità del giunto elastico. Il generatore (*omissis*) è collegato attraverso un giunto elastico speciale (*omissis*) al motore Diesel (*omissis*). Il calcolo è stato svolto con un modello a elementi finiti che rappresentano le varie sezioni dell'albero principale equivalente (fig. 2). Sono stati considerati diversi casi di carico: velocità variabile da 0 alla velocità nominale  $N_s$  (passaggio attraverso le velocità critiche), con particolare indagine da  $0.95 N_s$  a  $1.05 N_s$ , cilindri con mancata accensione (malfunzionamento del motore), grado di sbilanciamento tra i cilindri, usura dello smorzatore. I risultati sono stati forniti in termini di coppie addizionali ( $\Delta Q$ ) e spostamenti angolari sul giunto ( $\Delta\theta$ ).



### CALCOLO DELLE FREQUENZE NATURALI PROPRIE

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f [Hz]	28.86	131.0	270.1	338.6	601.5	743.9	845.1	1115	1147	3024
N [min <sup>-1</sup> ]	1732	7860								

### CASO VELOCITA' NOMINALE

Variazione della coppia all'asse:  $|\Delta Q|_{\max} = 684.7 \text{ Nm} \Rightarrow 12.2\% \text{ di } Q_s = 5602 \text{ Nm}$  Rotazione relativa:  $|\Delta\theta|_{\max} = 0.165 \text{ deg}$

### CASI VELOCITA' TRA 0.95 E 1.05 DELLA NOMINALE

Variazione della coppia all'asse:  $|\Delta Q|_{\max} = 1499 \text{ Nm} \Rightarrow 26.8\% \text{ di } Q_s = 5602 \text{ Nm}$  Rotazione relativa:  $|\Delta\theta|_{\max} = 0.361 \text{ deg}$

### CASI SENZA ACCENSIONE DI UN CILINDRO

Variazione della coppia all'asse:  $|\Delta Q|_{\max} = 4525 \text{ Nm} \Rightarrow 80.8\% \text{ di } Q_s = 5602 \text{ Nm}$  Rotazione relativa:  $|\Delta\theta|_{\max} = 1.090 \text{ deg}$

### CASI CILINDRO CON SBILANCIAMENTO

Variazione della coppia all'asse:  $|\Delta Q|_{\max} = 861 \text{ Nm} \Rightarrow 15.4\% \text{ di } Q_s = 5602 \text{ Nm}$  Rotazione relativa:  $|\Delta\theta|_{\max} = 0.207 \text{ deg}$

### CASO USURA DELLO SMORZATORE

Variazione della coppia all'asse:  $|\Delta Q|_{\max} = 833.2 \text{ Nm} \Rightarrow 14.9\% \text{ di } Q_s = 5602 \text{ Nm}$  Rotazione relativa:  $|\Delta\theta|_{\max} = 0.201 \text{ deg}$